Ableitungsregeln • Übersicht

1. Potenzregel

Die Potenzregel benutzt man, wenn man die Ableitung von Potenzfunktionen $f(x) = x^n$ bestimmen möchte.

$$\text{Für jedes } n \in \mathbb{N} \text{ gilt: } f(x) = x^n \Rightarrow f'(x) = n \cdot x^{n-1}$$

Beispiel: $f(x) = x^5 \Rightarrow f'(x) = 5 \cdot x^4$

Tatsächlich gilt die Potenzregel sogar für jeden reellen Exponenten und nicht nur für natürliche Zahlen.

2. Additive Konstante

Eine additive Konstante fällt beim Ableiten weg.

$$f(x) = u(x) + c \Rightarrow f'(x) = u'(x)$$

Beispiel: $f(x) = x^5 + 3 \Rightarrow f'(x) = 5x^4$

3. Faktorregel

Ein konstanter Faktor bleibt beim Ableiten erhalten.

$$f(x) = k \cdot u(x) \Rightarrow f'(x) = k \cdot u'(x)$$

Beispiel: $f(x) = 6 \cdot x^3 \Rightarrow f'(x) = 6 \cdot 3x^2 = 18x^2$

4. Summenregel

Die einzelnen Summenglieder einer Funktion können getrennt abgeleitet werden.

$$f(x) = u(x) + v(x) \Rightarrow f'(x) = u'(x) + v'(x)$$

Beispiel: $f(x) = 2x^3 - 3x^2 + x + 3{,}25 \Rightarrow f'(x) = 6x^2 - 6x + 1$

5. Produktregel

Die Produktregel wird verwendet, wenn ein Produkt abgeleitet werden soll.

$$f(x) = u(x) \cdot v(x) \Rightarrow f'(x) = u'(x) \cdot v(x) + u(x) \cdot v'(x)$$

Beispiel: $f(x) = (x^2 + 2) \cdot e^x$

Hier ist	$u(x) = x^2 + 2$	$u'(x) = 2x$
und	$v(x) = e^x$	$v'(x) = e^x$

$f'(x) = 2x \cdot e^x + (x^2 + 2) \cdot e^x = (2x + x^2 + 2) \cdot e^x = (x^2 + 2x + 2) \cdot e^x$

6. Kettenregel

Die Kettenregel benutzt man, wenn eine zusammengesetzte (sprich verkettete) Funktion vorliegt.

$$f(x) = u\big(v(x)\big) \Rightarrow f'(x) = u'\big(v(x)\big) \cdot v'(x)$$

Beispiel: $f(x) = (x^4 - 4x^3)^9$

Äußere Funktion:	$u(x) = x^9$	$u'(x) = 9x^8$
Innere Funktion:	$v(x) = (x^4 - 4x^3)$	$v'(x) = 4x^3 - 12x^2$

$f'(x) = 9 \cdot (x^4 - 4x^3)^8 \cdot (4x^3 - 12x^2)$,
ein Ausmultiplizieren wäre hier nicht sinnvoll und sehr aufwändig.

7. Quotientenregel

Die Quotientenregel wird verwendet, um einen Quotienten (z.B. eine gebrochen-rationale Funktion) abzuleiten.

$$f(x) = \frac{u(x)}{v(x)} \Rightarrow f'(x) = \frac{u'(x) \cdot v(x) - u(x) \cdot v'(x)}{[v(x)]^2}$$

Beispiel: $f(x) = \frac{x^2 - 2x}{3x + 1}$

Zählerfunktion:	$u(x) = x^2 - 2x$	$u'(x) = 2x - 2$
Nennerfunktion:	$v(x) = 3x + 1$	$v'(x) = 3$

$$f'(x) = \frac{(2x-2) \cdot (3x+1) - (x^2 - 2x) \cdot 3}{(3x+1)^2} = \frac{6x^2 + 2x - 6x - 2 - (3x^2 - 6x)}{(3x+1)^2} = \frac{6x^2 - 4x - 2 - 3x^2 - 6x}{(3x+1)^2} = \frac{3x^2 - 10x - 2}{(3x+1)^2}$$

Merkregel zur Quotientenregel: $\frac{NAZ - ZAN}{N^2}$