Gebrochen-rationale Funktionen • Grenzwerte

Wir unterscheiden zwei Arten an Grenzwerten:

Fester Wert:

- $\lim\limits_{x\to 5^+} \frac{\overbrace{2x-4}^{\to 6}}{\underbrace{-x+3}_{\to -2}} = \frac{6}{-2} = -3$

  Wird weder Zähler noch Nenner Null, dann kann einfach eingesetzt werden.

- $\lim\limits_{x\to 2^-} \frac{\overbrace{x-3}^{\to -1}}{\underbrace{x-2}_{\to 0^-}} = +\infty$

  Wird nur der Nenner Null, dann handelt es sich um eine Polstelle und es entsteht ein unendlich großer Wert, abhängig von den Vorzeichen in Zähler und Nenner.

- $\lim\limits_{x\to -3^+} \frac{\overbrace{x^2+x-6}^{\to 0}}{\underbrace{x^2+4x+3}_{\to 0}}$

  $= \lim\limits_{x\to -3^+} \frac{(x-2)(x+3)}{(x+1)(x+3)}$

  $= \lim\limits_{x\to -3^+} \frac{\overbrace{x-2}^{\to -5}}{\underbrace{x+1}_{\to -2}} = \frac{-5}{-2} = \frac{5}{2}$

  Konvergieren sowohl Zähler als auch Nenner gegen Null, dann ist zu faktorisieren (z.B. mit der Mitternachtsformel) und der entsprechende Linearfaktor herauszukürzen. Anschließend wird der Grenzwert erneut gebildet.

Plus/Minus Unendlich:

- $\lim\limits_{x\to \infty} \frac{3x+2}{x^2-4x+1} = 0$

  Ist der Zählergrad kleiner als der Nennergrad, dann konvergiert der Grenzwert stets gegen Null.

- $\lim\limits_{x\to -\infty} \frac{6x^2-2x+3}{3x^2-4x+5} = \frac{6}{3} = 2$

  Sind Zähler- und Nennergrad identisch, dann genügt ein Vergleich der Leitkoeffizienten.

- $\lim\limits_{x\to \infty} \frac{x^2+1}{2x-3} = +\infty$

  Falls der Zählergrad größer ist als der Nennergrad, dann divergiert der Ausdruck, d.h. es entsteht ein Wert von plus oder minus unendlich.

© 2024 www.einfach-mathe-lernen.de